

①

سید محمد علی
حل تمرین درس ریاضیات
① مقادیر زیر را تعیین کنید.

$$\cos^2(\pi/8)$$

$$\cos^2(\alpha) = \frac{1 + \cos(2\alpha)}{2} \Rightarrow \cos^2(\pi/8) = \frac{1 + \cos(2 \times \pi/8)}{2} = \frac{1 + \cos(\pi/4)}{2} \\ = \frac{1 + \sqrt{2}/2}{2} = \frac{2 + \sqrt{2}}{4}$$

$$\cos^2(5\pi/12) = \frac{1 + \cos(2 \times 5\pi/12)}{2} = \frac{1 + \cos(5\pi/6)}{2} = \frac{1 - \cos(\pi/6)}{2} = \\ \frac{1 - \sqrt{3}/2}{2} = \frac{2 - \sqrt{3}}{4}$$

$$\sin^2(3\pi/8)$$

$$\sin^2(\alpha) = \frac{1 - \cos(2\alpha)}{2} \Rightarrow \sin^2(3\pi/8) = \frac{1 - \cos(2 \times 3\pi/8)}{2} =$$

$$\frac{1 - \cos(3\pi/4)}{2} = \frac{1 + \cos(\pi/4)}{2} = \frac{1 + \sqrt{2}/2}{2} = \frac{2 + \sqrt{2}}{4}$$

$$\sin^2(\pi/12) = \frac{1 - \cos(2 \times \pi/12)}{2} = \frac{1 - \cos(\pi/6)}{2} = \frac{1 - \sqrt{3}/2}{2} = \frac{2 - \sqrt{3}}{4}$$

$$\sin(7\pi/12) = \sin(6\pi/12 + \pi/12) = \sin(\pi/2 + \pi/12) = \cos(\pi/12)$$

$$\cos^2(\alpha) = \frac{1 + \cos(2\alpha)}{2} \Rightarrow \cos^2(\pi/12) = \frac{1 + \cos(2 \times \pi/12)}{2} = \frac{1 + \cos(\pi/6)}{2}$$

$$= \frac{1 + \sqrt{2}/2}{2} = \frac{2 + \sqrt{2}}{4} \Rightarrow \cos(\pi/12) = \pm \sqrt{\frac{2 + \sqrt{2}}{4}} = \pm \frac{\sqrt{2 + \sqrt{2}}}{2}$$

$\pi/12$ در ربع اول قرار دارد پس $\cos(\pi/12) > 0$ بنابراین

$$\cos(7\pi/12) = \cos(\pi/12) = \frac{\sqrt{2 + \sqrt{2}}}{2}$$

$$\cos(11\pi/12) = \cos(\pi - \pi/12) = -\cos(\pi/12) = -\frac{\sqrt{2 + \sqrt{2}}}{2}$$

$$\sin(5\pi/12) = \sin(6\pi/12 - \pi/12) = \sin(\pi/2 - \pi/12) = \cos(\pi/12) = \frac{\sqrt{2 + \sqrt{2}}}{2}$$

②

۲- معادلات زیر را حل کنید

$$\sin^2(\alpha) = \frac{3}{4}$$

$$\Rightarrow \sin(\alpha) = \pm \sqrt{\frac{3}{4}} = \pm \frac{\sqrt{3}}{2} \begin{cases} \nearrow \sin(\alpha) = \frac{\sqrt{3}}{2} = \sin(\frac{\pi}{3}) \text{ ①} \\ \searrow \sin(\alpha) = -\frac{\sqrt{3}}{2} = \sin(-\frac{\pi}{3}) \text{ ②} \end{cases}$$

در حالت کلی اگر $\sin(\alpha) = \sin(\beta)$ آنگاه

$$\alpha = 2k\pi + \beta \quad \text{و} \quad \alpha = 2k\pi + \pi - \beta$$

یعنی α ، β برابرند یا مکملند (به اختلاف $2k\pi$).

$$\text{①} \Rightarrow \alpha = 2k\pi + \frac{\pi}{3} \quad \text{و} \quad \alpha = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{3} = 2k\pi + \frac{2\pi}{3}$$

$$\text{②} \Rightarrow \alpha = 2k\pi - \frac{\pi}{3} \quad \text{و} \quad \alpha = 2k\pi + \pi - (-\frac{\pi}{3}) = 2k\pi + \frac{4\pi}{3}$$

$$\sin^2(\alpha) = \cos^2(\alpha)$$

$$\Rightarrow |\sin(\alpha)| = |\cos(\alpha)| \Rightarrow \sin(\alpha) = \pm \cos(\alpha)$$

حالت اول: $\sin(\alpha) = \cos(\alpha)$

$$\sin(\alpha) = \cos(\alpha) = \sin(\frac{\pi}{2} - \alpha) \Rightarrow \alpha = 2k\pi + \frac{\pi}{2} - \alpha \quad \text{①}$$

$$\Rightarrow \alpha = 2k\pi + \pi - (\frac{\pi}{2} - \alpha) = 2k\pi + \frac{\pi}{2} + \alpha \quad \#$$

$$\text{①} \Rightarrow \alpha + \alpha = 2k\pi + \frac{\pi}{2} \Rightarrow \boxed{\alpha = k\pi + \frac{\pi}{4}}$$

حالت دوم: $\sin(\alpha) = -\cos(\alpha)$

$$\sin(\alpha) = -\cos(\alpha) = \sin(\alpha - \frac{\pi}{2}) \Rightarrow \alpha = 2k\pi + \alpha - \frac{\pi}{2} \quad \#$$

$$\Rightarrow \alpha = 2k\pi + \pi - (\alpha - \frac{\pi}{2}) \Rightarrow$$

$$\alpha + \alpha = 2k\pi + \frac{3\pi}{2} \Rightarrow$$

$$\boxed{\alpha = k\pi + \frac{3\pi}{4}}$$

$$\sin(2\alpha) - \cos(\alpha) = 0$$

$$\sin(2\alpha) = 2\sin(\alpha)\cos(\alpha) \Rightarrow 2\sin(\alpha)\cos(\alpha) - \cos(\alpha) = 0 \Rightarrow$$

$$\cos(\alpha) (2\sin(\alpha) - 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} \rightarrow \cos(\alpha) = 0 \quad \text{①} \\ \rightarrow 2\sin(\alpha) - 1 = 0 \quad \text{②} \end{cases}$$

① $\Rightarrow \cos(\alpha) = \cos(\frac{\pi}{2})$

با توجه به اینکه اگر $\cos(\alpha) = \cos(\beta)$ آنگاه $\alpha = 2k\pi \pm \beta$ داریم

$$\alpha = 2k\pi \pm \frac{\pi}{2}$$

② $\Rightarrow \sin(\alpha) = \frac{1}{2} = \sin(\frac{\pi}{6}) \Rightarrow \begin{cases} \alpha = 2k\pi + \frac{\pi}{6} \\ \alpha = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{6} = 2k\pi + \frac{5\pi}{6} \end{cases}$

$$\cos(2\alpha) + \cos(\alpha) = 0$$

$$\cos(2\alpha) = 2\cos^2(\alpha) - 1 \Rightarrow 2\cos^2(\alpha) - 1 + \cos(\alpha) = 0 \Rightarrow$$

آزما می‌کنیم $\cos(\alpha) = z$ داریم:

$$2z^2 + z - 1 = 0 \Rightarrow z = \frac{-1 \pm \sqrt{1+8}}{4} = \begin{cases} \frac{1}{2} \\ -1 \end{cases}$$

$$z = \cos(\alpha) = \frac{1}{2} = \cos(\frac{\pi}{3}) \Rightarrow \alpha = 2k\pi \pm \frac{\pi}{3}$$

$$z = \cos(\alpha) = -1 = \cos(\pi) \Rightarrow \alpha = 2k\pi \pm \pi$$

③ دوره تناوب توابع زیر را تعیین کنید.

$y = \sin(2x)$ با توجه به آنکه دوره تناوب $\sin$ ^{اصلی} 2π است و در 2π یک بار 2π می‌گردد.

$$2(n+T) = 2n + 2\pi \Rightarrow 2n + 2T = 2n + 2\pi \Rightarrow T = \pi$$

$$y = \cos(\frac{\pi}{2}x)$$

$$\frac{\pi}{2}(n+T) = \frac{\pi}{2}n + 2\pi \Rightarrow \frac{\pi}{2}n + \frac{\pi}{2}T = 2\pi \Rightarrow T = 4$$

$$y = \sin(x - \frac{\pi}{4})$$

$$n+T - \frac{\pi}{4} = n - \frac{\pi}{4} + 2\pi \Rightarrow T = 2\pi$$

④ در زوج یا فرد بودن توابع زیر تحقیق کنید.

$$y = 1 + x^2$$

برای بررسی زوج یا فرد بودن یک تابع اول باید مطمئن شویم که دامنه تابع متقارن است یعنی برای هر $x \in \mathbb{D}$ ، $-x \in \mathbb{D}$ - فواصل عددی در سیستم مختصات تابع را بررسی کنیم.

④ $D_f = \mathbb{R} \Rightarrow$ متناهی

$\forall x \in \mathbb{R}, f(-x) = 1 + (-x)^2 = 1 + x^2 = f(x) \Rightarrow$ زوج است

$y = \sec(x) \tan(x)$

متناهی است زیرا صیغی از ضرب است
زیر $\frac{\pi}{2}$ ندارد.

$D_f = \mathbb{R} - \left\{ (2k+1)\frac{\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$

$f(x) = \frac{1}{\cos(x)} \times \frac{\sin(x)}{\cos(x)} = \frac{\sin(x)}{\cos^2(x)}$

$f(-x) = \frac{\sin(-x)}{\cos^2(-x)} = \frac{-\sin(x)}{\cos^2(x)} = -f(x) \Rightarrow$ فرد است.

$y = \frac{x^4 + 1}{x^3 + x^5}$

$D_f = \{x \in \mathbb{R} \mid x^3 + x^5 \neq 0\} = \mathbb{R} - \{0\}$ دامنه f متناهی است

$x^3 + x^5 = x^3(1 + x^2) = 0 \Rightarrow x = 0$

$f(-x) = \frac{(-x)^4 + 1}{(-x)^3(1 + x^2)} = \frac{x^4 + 1}{-x^3 - x^5} = -\frac{x^4 + 1}{x^3 + x^5} = -f(x)$
 f فرد است.

$y = x + \cos(x)$

$D_y = \mathbb{R}, f(-x) = (-x) + \cos(-x) = -x + \cos(x)$
و این تابع زوج و فرد نیست.

$y = x \cos(x)$

$D_y = \mathbb{R}$

$f(-x) = (-x) \cos(-x) = -x \cos(x) = -f(x) \Rightarrow$ فرد است.

⑤ دامنه و برد توابع زیر را مشخص کنید.

$y = -2 + \sqrt{1-x}$

$D_y = \{x \in \mathbb{R} \mid 1-x \geq 0\} = (-\infty, 1]$

$1-x \geq 0 \Rightarrow x \leq 1$

$\sqrt{1-x} \geq 0 \Rightarrow \sqrt{1-x} - 2 \geq 0 - 2 \Rightarrow y \geq -2 \Rightarrow D_f = [-2, +\infty)$

$$⑤ \quad y = \sqrt{16 - x^2}$$

$$D_y = \{x \in \mathbb{R} \mid 16 - x^2 \geq 0\} = [-4, 4]$$

$$16 - x^2 \geq 0 \Rightarrow x^2 \leq 16 \Rightarrow |x| \leq 4 \Rightarrow -4 \leq x \leq 4$$

از طرف

$$0 \leq \sqrt{16 - x^2} \leq \sqrt{16} \Rightarrow 0 \leq y \leq 4 \Rightarrow R_f = [0, 4]$$

$$y = 3^{2-x} + 1$$

$$D_y = \mathbb{R}$$

از طرف چپ: > 3 پس 3 می توانیم برسد مثبت است پس

$$1 < 3^{2-x} \Rightarrow 1 < 3^{2-x} + 1 \Rightarrow 1 < y \Rightarrow R_f = (1, +\infty)$$

$$y = \sqrt[5]{x^2}$$

$$D_y = \mathbb{R}$$

$$x^2 \geq 0 \Rightarrow \sqrt[5]{x^2} \geq 0 \Rightarrow y \geq 0 \Rightarrow R_f = [0, +\infty)$$

$$y = \ln(x-3) + 1$$

$$D_y = \{x \in \mathbb{R} \mid x-3 > 0\} = (3, +\infty)$$

$$x-3 > 0 \Rightarrow x > 3$$

از طرف چپ: جواب ندارد. تعریف هر عدد می تواند باشد.
 و هم در اینجا هر عدد می تواند باشد.
 پس $R_{\ln} = (-\infty, +\infty) = \mathbb{R}$
 $R_f = \mathbb{R}$

$$y = \sqrt[3]{2-x} - 1$$

$$D_y = \mathbb{R} = R_y$$

$$y = \tan(2x - \pi)$$

$$D_y = \{x \in \mathbb{R} \mid 2x - \pi \neq (2k+1)\frac{\pi}{2}\} = \mathbb{R} - \{(2k+1)\frac{\pi}{4} \mid k \in \mathbb{Z}\}$$

$$2x - \pi = (2k+1)\frac{\pi}{2} \Rightarrow 2x = (2k+1)\frac{\pi}{2} + \pi \Rightarrow x = (2k+3)\frac{\pi}{4}$$

$$(2k+3 = 2k+2+1 = 2k'+1)$$

$$R_y = R_{\tan} = \mathbb{R}$$

$$\textcircled{1} \quad y = \begin{cases} -n-2 & -2 \leq n \leq -1 \\ n & -1 < n < 1 \\ 2-n & 1 \leq n \leq 2 \end{cases}$$

$$D_y = [-2, 2]$$

$$-2 \leq n \leq -1 \Rightarrow 2-2 \geq -n-2 \geq 1-2 \Rightarrow 0 \geq -n-2 \geq -1 \Rightarrow 0 \geq y \geq -1$$

$$-1 < n < 1 \Rightarrow -1 < y < 1$$

$$1 \leq n \leq 2 \Rightarrow 2-1 \geq 2-n \geq 2-2 \Rightarrow 1 \geq 2-n \geq 0 \Rightarrow 1 \geq y \geq 0$$

$$\Rightarrow 0 \leq y \leq 1 \cup -1 < y < 1 \cup -1 \leq y \leq 0 \Rightarrow -1 \leq y \leq 1 \Rightarrow R_y = [-1, 1]$$

⑦ صالحه، نفوذ، تابع $y = f \circ f(n)$ را تعیین و رسم کنید و جواب دهید.

$$f(n) = \begin{cases} -n-2 & -4 \leq n \leq -1 \\ -1 & -1 < n \leq 1 \\ n-2 & 1 < n \leq 2 \end{cases}$$

$$1) \quad 1 < n \leq 2 \Rightarrow 1-2 < n-2 \leq 2-2 \Rightarrow -1 < n-2 < 0$$

$$\Rightarrow f(f(n)) = f(n-2) = -1$$

$$2) \quad -1 < n \leq 1 \Rightarrow f(n) = -1 \Rightarrow f(f(n)) = f(-1) = -(-1)-2 = -1$$

$$3) \quad -4 \leq n \leq -1 \Rightarrow 4-2 \geq -n-2 \geq 1-2 \Rightarrow 2 \geq -n-2 \geq -1$$

$$\rightarrow -n-2 = -1 \Rightarrow f(f(n)) = f(-n-2) = f(-1) = -(-1)-2 = -1$$

$$\rightarrow -1 < -n-2 \leq 1 \Rightarrow f(f(n)) = f(-n-2) = -1$$

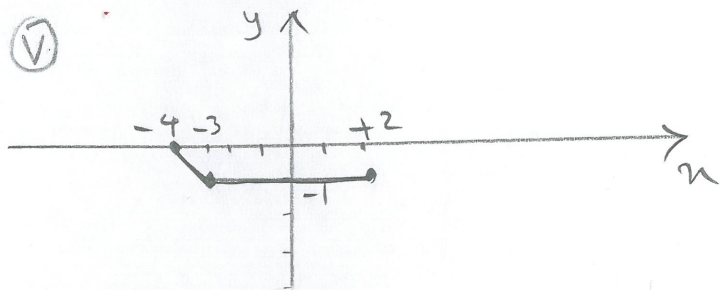
$$\rightarrow 1 < -n-2 \leq 2 \Rightarrow f(f(n)) = f(-n-2) = (-n-2)-2 = -n-4$$

$$1 < -n-2 \leq 2 \Rightarrow 3 < -n \leq 4 \Rightarrow -3 > n \geq -4$$

$$\Rightarrow f(f(n)) = \begin{cases} -n-4 & -4 \leq n < -3 \\ -1 & -3 \leq n \leq 2 \end{cases} = \begin{cases} -n-4 & -4 \leq n < -3 \\ -1 & -3 \leq n \leq 2 \end{cases}$$

$$-4 \leq n < -3 \Rightarrow 0 \geq -n-4 \geq -1 \Rightarrow D_f = [-4, 2], R_f = (-1, 2] \cup \{-1\} = [-1, 2]$$

⑤

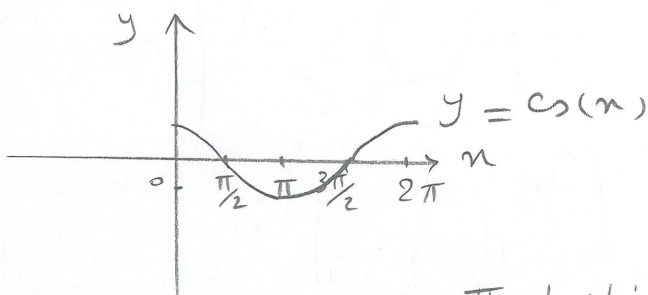


۱- تک فودار $y = \sin(n)$ و $y = \cos(n)$ فودار توابع زیر را رسم کنید.

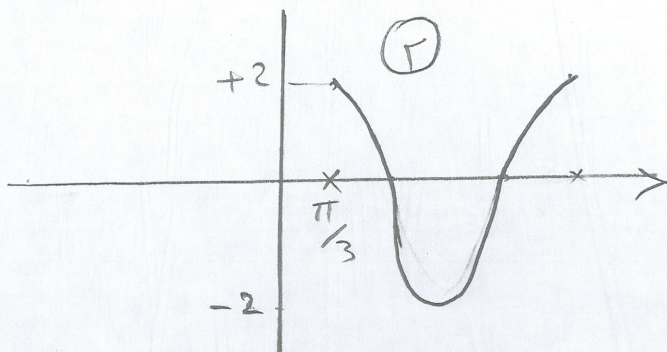
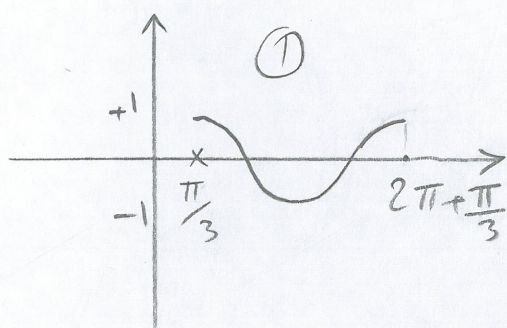
$$y = 2 \cos(n - \frac{\pi}{3})$$

$$n \xrightarrow{①} n - \frac{\pi}{3}$$

$$y \xrightarrow{②} 2y$$



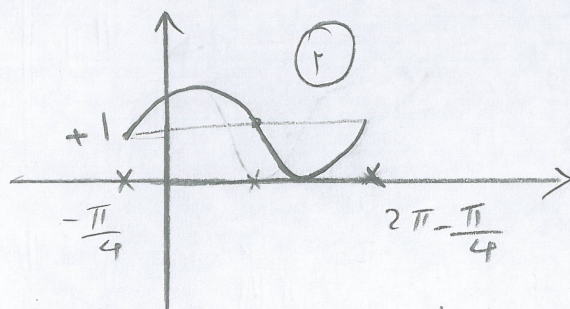
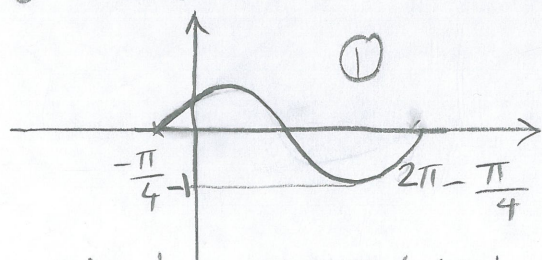
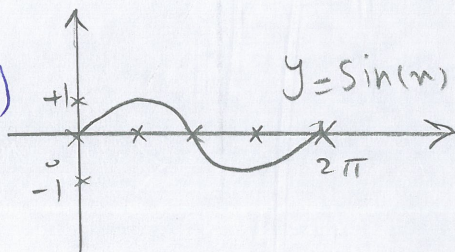
(مرحله ①) به اندازه $\frac{\pi}{2}$ فودار به طور افق به راست منتقل شود.



$$y = 1 + \sin(n + \frac{\pi}{4})$$

$$n \xrightarrow{①} n + \frac{\pi}{4}$$

$$y \xrightarrow{②} y + 1$$



به اندازه $\frac{\pi}{4}$ به چپ به طور افق منتقل شود.

۱ واحد به بالا بردن

$$y = \cos(\frac{\pi}{2}n)$$

$$n \rightarrow \frac{\pi}{2}n$$

$$\begin{cases} \frac{\pi}{2}n = 0 \\ y = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} n = 0 \\ y = 1 \end{cases}$$

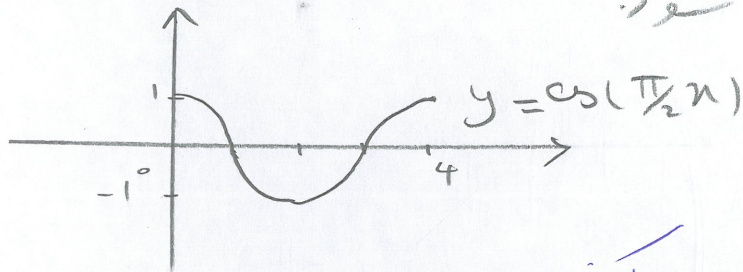
$$\begin{cases} \frac{\pi}{2}n = \frac{\pi}{2} \\ y = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} n = 1 \\ y = 0 \end{cases}$$

اتوجه به فودار یکینگی در بالا

$$\textcircled{A} \begin{cases} \frac{\pi}{2}n = \pi \\ y = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} n = 2 \\ y = -1 \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{\pi}{2}n = \frac{3\pi}{2} \\ y = . \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} n = 3 \\ y = . \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{\pi}{2}n = 2\pi \\ y = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} n = 4 \\ y = 1 \end{cases}$$

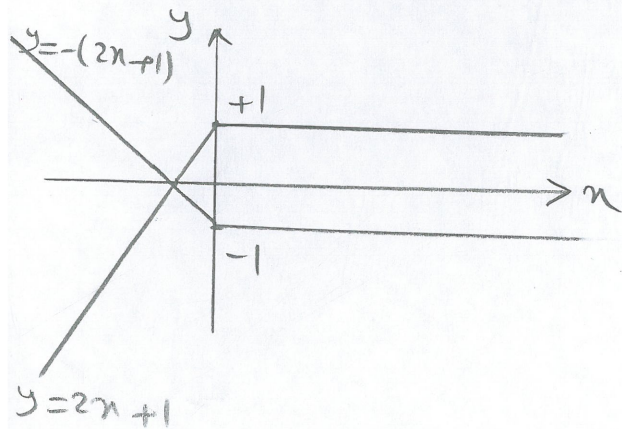
نابرسین بازه $[0, 2\pi]$ برای رسم یک دور از شار کسینوس به بازه $[0, 4]$ تبدیل
در محور عمود طول بازه $\frac{\pi}{2}$ قسم شود.



۸- مقود را بفرمایید $|n| + 1 = n + 1 \Rightarrow |n| = 1 \Rightarrow y = \pm 1$

$$n \geq . \Rightarrow n + 1 = n + 1 \Rightarrow |n| = 1 \Rightarrow y = \pm 1$$

$$n \leq . \Rightarrow -n + 1 = n + 1 \Rightarrow |n| = 2n + 1 \Rightarrow y = \pm(2n + 1)$$



۹- حد ها را برآورد صورت و حد تعیین کنید.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3}{1 + \sqrt{3n+1}} = \frac{3}{1 + \sqrt{3 \cdot \infty + 1}} = \frac{3}{\infty} = 0$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{5n+4} - 2}{n} \times \frac{\sqrt{5n+4} + 2}{\sqrt{5n+4} + 2} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(5n+4) - 4}{n(\sqrt{5n+4} + 2)} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n}{n(\sqrt{5n+4} + 2)} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5}{\sqrt{5n+4} + 2} = 0$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5}{\sqrt{5n+4} + 2} = \frac{5}{\sqrt{4} + 2} = \frac{5}{4}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{n-1} + \frac{1}{n+1}}{n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{n+1 + (n-1)}{(n+1)(n-1)}}{n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2}{n^2 - 1} = \frac{2}{\infty} = 0$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n^3 + 8n^2}{3n^4 - 16n^2} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2(5n+8)}{n^2(3n^2-16)} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n+8}{3n^2-16} = \frac{\infty + 8}{\infty - 16} = \frac{1}{2}$$

$$\textcircled{9} \lim_{n \rightarrow 2} \frac{n^3 - 8}{n^4 - 16} = \lim_{n \rightarrow 2} \frac{\cancel{(n-2)}(n^2 + 4 + 2n)}{\cancel{(n-2)}(n+2)(n^2 + 4)} = \lim_{n \rightarrow 2} \frac{n^2 + 4 + 2n}{(n+2)(n^2 + 4)}$$

$$= \frac{4 + 4 + 4}{(2+2)(4+4)} = \frac{12}{4 \times 8} = \frac{3}{8}$$

$$\lim_{n \rightarrow \cdot} \frac{1 - \cos(n)}{n \sin(n)} = \lim_{n \rightarrow \cdot} \frac{1 - \cos(n)}{n \sin(n)} \times \frac{1 + \cos(n)}{1 + \cos(n)} = \lim_{n \rightarrow \cdot} \frac{\sin(n)}{n} \times \frac{1}{1 + \cos(n)}$$

$$= 1 \times \frac{1}{1+1} = \frac{1}{2}$$

$$\lim_{n \rightarrow 3} \frac{\cancel{n^2} - 9}{\sqrt{n^2 + 7} - 4} \times \frac{\sqrt{n^2 + 7} + 4}{\sqrt{n^2 + 7} + 4} = \lim_{n \rightarrow 3} \sqrt{n^2 + 7} + 4 = \sqrt{9 + 7} + 4 = 8$$

$(n^2 + 7) - 16 = n^2 - 9$

$$\lim_{n \rightarrow \cdot} \frac{\sin(1 - \cos(n))}{n} \times \frac{1 - \cos(n)}{1 - \cos(n)} = \lim_{n \rightarrow \cdot} \frac{\sin(1 - \cos(n))}{1 - \cos(n)} \times$$

$$\lim_{n \rightarrow \cdot} \frac{1 - \cos(n)}{n} = 1 \times \lim_{n \rightarrow \cdot} \frac{\sin(\frac{n}{2})}{\frac{n}{2}} \times \sin(\frac{n}{2}) = 1 \times 1 \times 0 = 0$$

$\rightarrow 1 - 2\sin^2(\frac{n}{2})$

$$\lim_{n \rightarrow \cdot} \frac{2n^2}{3 - 3\cos(n)} = \lim_{n \rightarrow \cdot} \frac{2n^2}{3(1 - \cos(n))} \times \frac{1 + \cos(n)}{1 + \cos(n)} = \frac{2}{3} \times \lim_{n \rightarrow \cdot} \frac{1 + \cos(n)}{(\frac{\sin(n)}{n})^2}$$

$\rightarrow 3(1 - \cos(n))$ $\sin^2(n)$

$$= \frac{2}{3} \times \frac{1+1}{1^2} = \frac{2}{3} \times 2 = \frac{4}{3}$$

$$\lim_{n \rightarrow \cdot} \frac{\sqrt[3]{1+n} - 1}{n} \times \frac{(\sqrt[3]{1+n})^2 + 1 + \sqrt[3]{1+n}}{(\sqrt[3]{1+n})^2 + 1 + \sqrt[3]{1+n}} = \frac{(1+n) - 1}{n((\sqrt[3]{1+n})^2 + 1 + \sqrt[3]{1+n})}$$

$$= \lim_{n \rightarrow \cdot} \frac{1}{(\sqrt[3]{1+n})^2 + 1 + \sqrt[3]{1+n}} = \frac{1}{1+1+1} = \frac{1}{3}$$

$$\textcircled{1} \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sin(n)}{\sin(\sqrt{n})} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{\sin(n)}{n} \times n}{\frac{\sin(\sqrt{n})}{\sqrt{n}} \times \sqrt{n}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{\sin(n)}{n}}{\frac{\sin(\sqrt{n})}{\sqrt{n}}} \times \sqrt{n}$$

$$= \frac{1}{1} \times 0 = 0$$

$$\lim_{n \rightarrow -2} \frac{(n+3)(n+2)}{n+2}$$

$$n \rightarrow -2 \quad \begin{array}{c|c} n & -2 \\ \hline n+2 & -0+ \end{array} \quad f^+(-2) = \lim_{n \rightarrow -2^+} \frac{(n+3)(n+2)}{n+2} = \lim_{n \rightarrow -2^+} n+3 = -2+3 = +1$$

$$f^-(-2) = \lim_{n \rightarrow -2^-} \frac{(n+3)(-n-2)}{n+2} = \lim_{n \rightarrow -2^-} -n-3 = -(-2)-3 = -1$$

$$n \rightarrow -2 \quad -(-2)-3 = -1 \Rightarrow f^+(-2) \neq f^-(-2) \Rightarrow \text{لا يوجد حد}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n \csc(2n)}{\csc(5n)} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n \times \frac{1}{\sin(2n)}}{\frac{1}{\sin(5n)}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sin(5n)}{\sin(2n)} \times n$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{\sin(5n)}{5n} \times 5n}{\frac{\sin(2n)}{2n} \times 2n} \times n = \frac{5}{2} \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sin(5n)/5n}{\sin(2n)/2n} \times n$$

$$\frac{5}{2} \times \frac{1}{1} \times 0 = 0$$

$$\lim_{y \rightarrow 0} \frac{\sin(3y) \cot(5y)}{y \cot(4y)} = \lim_{y \rightarrow 0} \frac{\sin(3y)}{3y} \times 3 \times \frac{\frac{\cos(5y)}{\sin(5y)}}{\frac{\cos(4y)}{\sin(4y)}} =$$

$$1 \times 3 \times \lim_{y \rightarrow 0} \frac{\sin(4y)}{\sin(5y)} \times \frac{\cos(5y)}{\cos(4y)} = 3 \lim_{y \rightarrow 0} \frac{\frac{\sin(4y)}{4y} \times 4y}{\frac{\sin(5y)}{5y} \times 5y} \times \lim_{y \rightarrow 0} \frac{\cos(5y)}{\cos(4y)}$$

$$= 3 \times \frac{4}{5} \times \frac{1}{1} = \frac{12}{5}$$

$$\textcircled{1} \lim_{n \rightarrow 0} \sin \left(\frac{n + \tan(n)}{\tan(n) - 2 \sec(n)} \right)$$

$$\lim_{n \rightarrow 0} \frac{n + \tan(n)}{\tan(n) - 2 \sec(n)} = \lim_{n \rightarrow 0} \frac{n + \frac{\sin(n)}{\cos(n)}}{\frac{\sin(n)}{\cos(n)} - 2 \frac{1}{\cos(n)}} = \lim_{n \rightarrow 0} \frac{n \cos(n) + \sin(n)}{\sin(n) - 2}$$

$$= \frac{0 \times 1 + 0}{0 - 2} = 0 \Rightarrow \lim_{n \rightarrow 0} \sin(n) = \sin(0) = 0$$

۱- تعیین کنید نقاط درجه در نقاط از $\mathbb{R}$ می باشد اند.
این نقاط درجه در نقاط دامنه می باشد اند.

$$y = \frac{n+1}{n^2-4n+3}$$

$$D_y = \mathbb{R} - \{1, 3\}$$

$$y = \frac{1}{1+|n|} - \frac{n^2}{2} \quad f \text{ در } \mathbb{R} \text{ می باشد اند}$$

$$D_y = \mathbb{R}$$

$$y = \begin{cases} \frac{n^2-n-6}{n-3} & n \neq 3 \\ 5 & n = 3 \end{cases}$$

$$\frac{n^2-n-6}{n-3} = \frac{(n-3)(n+2)}{n-3} = n+2 \Rightarrow y = \begin{cases} n+2 & n \neq 3 \\ 5 & n = 3 \end{cases}$$

f در $\mathbb{R}$ می باشد اند

$$\lim_{n \rightarrow 3} y = \lim_{n \rightarrow 3} n+2 = 5 = f(3)$$

② تعیین کنید به از چه معادله از a و b و c و f و g در $\mathbb{R}$ می باشد اند.

$$f(n) = \begin{cases} -2 & n \leq -1 \\ an+b & -1 < n < 1 \\ 3 & n \geq 1 \end{cases}$$

f در $-1 < n < 1$ و $n > 1$ و $n < -1$ و $n = -1$ و $n = 1$ و $n = 0$ و $n = 2$ و $n = -2$ و $n = 3$ و $n = -3$ و $n = 4$ و $n = -4$ و $n = 5$ و $n = -5$ و $n = 6$ و $n = -6$ و $n = 7$ و $n = -7$ و $n = 8$ و $n = -8$ و $n = 9$ و $n = -9$ و $n = 10$ و $n = -10$ و $n = 11$ و $n = -11$ و $n = 12$ و $n = -12$ و $n = 13$ و $n = -13$ و $n = 14$ و $n = -14$ و $n = 15$ و $n = -15$ و $n = 16$ و $n = -16$ و $n = 17$ و $n = -17$ و $n = 18$ و $n = -18$ و $n = 19$ و $n = -19$ و $n = 20$ و $n = -20$ و $n = 21$ و $n = -21$ و $n = 22$ و $n = -22$ و $n = 23$ و $n = -23$ و $n = 24$ و $n = -24$ و $n = 25$ و $n = -25$ و $n = 26$ و $n = -26$ و $n = 27$ و $n = -27$ و $n = 28$ و $n = -28$ و $n = 29$ و $n = -29$ و $n = 30$ و $n = -30$ و $n = 31$ و $n = -31$ و $n = 32$ و $n = -32$ و $n = 33$ و $n = -33$ و $n = 34$ و $n = -34$ و $n = 35$ و $n = -35$ و $n = 36$ و $n = -36$ و $n = 37$ و $n = -37$ و $n = 38$ و $n = -38$ و $n = 39$ و $n = -39$ و $n = 40$ و $n = -40$ و $n = 41$ و $n = -41$ و $n = 42$ و $n = -42$ و $n = 43$ و $n = -43$ و $n = 44$ و $n = -44$ و $n = 45$ و $n = -45$ و $n = 46$ و $n = -46$ و $n = 47$ و $n = -47$ و $n = 48$ و $n = -48$ و $n = 49$ و $n = -49$ و $n = 50$ و $n = -50$ و $n = 51$ و $n = -51$ و $n = 52$ و $n = -52$ و $n = 53$ و $n = -53$ و $n = 54$ و $n = -54$ و $n = 55$ و $n = -55$ و $n = 56$ و $n = -56$ و $n = 57$ و $n = -57$ و $n = 58$ و $n = -58$ و $n = 59$ و $n = -59$ و $n = 60$ و $n = -60$ و $n = 61$ و $n = -61$ و $n = 62$ و $n = -62$ و $n = 63$ و $n = -63$ و $n = 64$ و $n = -64$ و $n = 65$ و $n = -65$ و $n = 66$ و $n = -66$ و $n = 67$ و $n = -67$ و $n = 68$ و $n = -68$ و $n = 69$ و $n = -69$ و $n = 70$ و $n = -70$ و $n = 71$ و $n = -71$ و $n = 72$ و $n = -72$ و $n = 73$ و $n = -73$ و $n = 74$ و $n = -74$ و $n = 75$ و $n = -75$ و $n = 76$ و $n = -76$ و $n = 77$ و $n = -77$ و $n = 78$ و $n = -78$ و $n = 79$ و $n = -79$ و $n = 80$ و $n = -80$ و $n = 81$ و $n = -81$ و $n = 82$ و $n = -82$ و $n = 83$ و $n = -83$ و $n = 84$ و $n = -84$ و $n = 85$ و $n = -85$ و $n = 86$ و $n = -86$ و $n = 87$ و $n = -87$ و $n = 88$ و $n = -88$ و $n = 89$ و $n = -89$ و $n = 90$ و $n = -90$ و $n = 91$ و $n = -91$ و $n = 92$ و $n = -92$ و $n = 93$ و $n = -93$ و $n = 94$ و $n = -94$ و $n = 95$ و $n = -95$ و $n = 96$ و $n = -96$ و $n = 97$ و $n = -97$ و $n = 98$ و $n = -98$ و $n = 99$ و $n = -99$ و $n = 100$ و $n = -100$ و $n = 101$ و $n = -101$ و $n = 102$ و $n = -102$ و $n = 103$ و $n = -103$ و $n = 104$ و $n = -104$ و $n = 105$ و $n = -105$ و $n = 106$ و $n = -106$ و $n = 107$ و $n = -107$ و $n = 108$ و $n = -108$ و $n = 109$ و $n = -109$ و $n = 110$ و $n = -110$ و $n = 111$ و $n = -111$ و $n = 112$ و $n = -112$ و $n = 113$ و $n = -113$ و $n = 114$ و $n = -114$ و $n = 115$ و $n = -115$ و $n = 116$ و $n = -116$ و $n = 117$ و $n = -117$ و $n = 118$ و $n = -118$ و $n = 119$ و $n = -119$ و $n = 120$ و $n = -120$ و $n = 121$ و $n = -121$ و $n = 122$ و $n = -122$ و $n = 123$ و $n = -123$ و $n = 124$ و $n = -124$ و $n = 125$ و $n = -125$ و $n = 126$ و $n = -126$ و $n = 127$ و $n = -127$ و $n = 128$ و $n = -128$ و $n = 129$ و $n = -129$ و $n = 130$ و $n = -130$ و $n = 131$ و $n = -131$ و $n = 132$ و $n = -132$ و $n = 133$ و $n = -133$ و $n = 134$ و $n = -134$ و $n = 135$ و $n = -135$ و $n = 136$ و $n = -136$ و $n = 137$ و $n = -137$ و $n = 138$ و $n = -138$ و $n = 139$ و $n = -139$ و $n = 140$ و $n = -140$ و $n = 141$ و $n = -141$ و $n = 142$ و $n = -142$ و $n = 143$ و $n = -143$ و $n = 144$ و $n = -144$ و $n = 145$ و $n = -145$ و $n = 146$ و $n = -146$ و $n = 147$ و $n = -147$ و $n = 148$ و $n = -148$ و $n = 149$ و $n = -149$ و $n = 150$ و $n = -150$ و $n = 151$ و $n = -151$ و $n = 152$ و $n = -152$ و $n = 153$ و $n = -153$ و $n = 154$ و $n = -154$ و $n = 155$ و $n = -155$ و $n = 156$ و $n = -156$ و $n = 157$ و $n = -157$ و $n = 158$ و $n = -158$ و $n = 159$ و $n = -159$ و $n = 160$ و $n = -160$ و $n = 161$ و $n = -161$ و $n = 162$ و $n = -162$ و $n = 163$ و $n = -163$ و $n = 164$ و $n = -164$ و $n = 165$ و $n = -165$ و $n = 166$ و $n = -166$ و $n = 167$ و $n = -167$ و $n = 168$ و $n = -168$ و $n = 169$ و $n = -169$ و $n = 170$ و $n = -170$ و $n = 171$ و $n = -171$ و $n = 172$ و $n = -172$ و $n = 173$ و $n = -173$ و $n = 174$ و $n = -174$ و $n = 175$ و $n = -175$ و $n = 176$ و $n = -176$ و $n = 177$ و $n = -177$ و $n = 178$ و $n = -178$ و $n = 179$ و $n = -179$ و $n = 180$ و $n = -180$ و $n = 181$ و $n = -181$ و $n = 182$ و $n = -182$ و $n = 183$ و $n = -183$ و $n = 184$ و $n = -184$ و $n = 185$ و $n = -185$ و $n = 186$ و $n = -186$ و $n = 187$ و $n = -187$ و $n = 188$ و $n = -188$ و $n = 189$ و $n = -189$ و $n = 190$ و $n = -190$ و $n = 191$ و $n = -191$ و $n = 192$ و $n = -192$ و $n = 193$ و $n = -193$ و $n = 194$ و $n = -194$ و $n = 195$ و $n = -195$ و $n = 196$ و $n = -196$ و $n = 197$ و $n = -197$ و $n = 198$ و $n = -198$ و $n = 199$ و $n = -199$ و $n = 200$ و $n = -200$ و $n = 201$ و $n = -201$ و $n = 202$ و $n = -202$ و $n = 203$ و $n = -203$ و $n = 204$ و $n = -204$ و $n = 205$ و $n = -205$ و $n = 206$ و $n = -206$ و $n = 207$ و $n = -207$ و $n = 208$ و $n = -208$ و $n = 209$ و $n = -209$ و $n = 210$ و $n = -210$ و $n = 211$ و $n = -211$ و $n = 212$ و $n = -212$ و $n = 213$ و $n = -213$ و $n = 214$ و $n = -214$ و $n = 215$ و $n = -215$ و $n = 216$ و $n = -216$ و $n = 217$ و $n = -217$ و $n = 218$ و $n = -218$ و $n = 219$ و $n = -219$ و $n = 220$ و $n = -220$ و $n = 221$ و $n = -221$ و $n = 222$ و $n = -222$ و $n = 223$ و $n = -223$ و $n = 224$ و $n = -224$ و $n = 225$ و $n = -225$ و $n = 226$ و $n = -226$ و $n = 227$ و $n = -227$ و $n = 228$ و $n = -228$ و $n = 229$ و $n = -229$ و $n = 230$ و $n = -230$ و $n = 231$ و $n = -231$ و $n = 232$ و $n = -232$ و $n = 233$ و $n = -233$ و $n = 234$ و $n = -234$ و $n = 235$ و $n = -235$ و $n = 236$ و $n = -236$ و $n = 237$ و $n = -237$ و $n = 238$ و $n = -238$ و $n = 239$ و $n = -239$ و $n = 240$ و $n = -240$ و $n = 241$ و $n = -241$ و $n = 242$ و $n = -242$ و $n = 243$ و $n = -243$ و $n = 244$ و $n = -244$ و $n = 245$ و $n = -245$ و $n = 246$ و $n = -246$ و $n = 247$ و $n = -247$ و $n = 248$ و $n = -248$ و $n = 249$ و $n = -249$ و $n = 250$ و $n = -250$ و $n = 251$ و $n = -251$ و $n = 252$ و $n = -252$ و $n = 253$ و $n = -253$ و $n = 254$ و $n = -254$ و $n = 255$ و $n = -255$ و $n = 256$ و $n = -256$ و $n = 257$ و $n = -257$ و $n = 258$ و $n = -258$ و $n = 259$ و $n = -259$ و $n = 260$ و $n = -260$ و $n = 261$ و $n = -261$ و $n = 262$ و $n = -262$ و $n = 263$ و $n = -263$ و $n = 264$ و $n = -264$ و $n = 265$ و $n = -265$ و $n = 266$ و $n = -266$ و $n = 267$ و $n = -267$ و $n = 268$ و $n = -268$ و $n = 269$ و $n = -269$ و $n = 270$ و $n = -270$ و $n = 271$ و $n = -271$ و $n = 272$ و $n = -272$ و $n = 273$ و $n = -273$ و $n = 274$ و $n = -274$ و $n = 275$ و $n = -275$ و $n = 276$ و $n = -276$ و $n = 277$ و $n = -277$ و $n = 278$ و $n = -278$ و $n = 279$ و $n = -279$ و $n = 280$ و $n = -280$ و $n = 281$ و $n = -281$ و $n = 282$ و $n = -282$ و $n = 283$ و $n = -283$ و $n = 284$ و $n = -284$ و $n = 285$ و $n = -285$ و $n = 286$ و $n = -286$ و $n = 287$ و $n = -287$ و $n = 288$ و $n = -288$ و $n = 289$ و $n = -289$ و $n = 290$ و $n = -290$ و $n = 291$ و $n = -291$ و $n = 292$ و $n = -292$ و $n = 293$ و $n = -293$ و $n = 294$ و $n = -294$ و $n = 295$ و $n = -295$ و $n = 296$ و $n = -296$ و $n = 297$ و $n = -297$ و $n = 298$ و $n = -298$ و $n = 299$ و $n = -299$ و $n = 300$ و $n = -300$ و $n = 301$ و $n = -301$ و $n = 302$ و $n = -302$ و $n = 303$ و $n = -303$ و $n = 304$ و $n = -304$ و $n = 305$ و $n = -305$ و $n = 306$ و $n = -306$ و $n = 307$ و $n = -307$ و $n = 308$ و $n = -308$ و $n = 309$ و $n = -309$ و $n = 310$ و $n = -310$ و $n = 311$ و $n = -311$ و $n = 312$ و $n = -312$ و $n = 313$ و $n = -313$ و $n = 314$ و $n = -314$ و $n = 315$ و $n = -315$ و $n = 316$ و $n = -316$ و $n = 317$ و $n = -317$ و $n = 318$ و $n = -318$ و $n = 319$ و $n = -319$ و $n = 320$ و $n = -320$ و $n = 321$ و $n = -321$ و $n = 322$ و $n = -322$ و $n = 323$ و $n = -323$ و $n = 324$ و $n = -324$ و $n = 325$ و $n = -325$ و $n = 326$ و $n = -326$ و $n = 327$ و $n = -327$ و $n = 328$ و $n = -328$ و $n = 329$ و $n = -329$ و $n = 330$ و $n = -330$ و $n = 331$ و $n = -331$ و $n = 332$ و $n = -332$ و $n = 333$ و $n = -333$ و $n = 334$ و $n = -334$ و $n = 335$ و $n = -335$ و $n = 336$ و $n = -336$ و $n = 337$ و $n = -337$ و $n = 338$ و $n = -338$ و $n = 339$ و $n = -339$ و $n = 340$ و $n = -340$ و $n = 341$ و $n = -341$ و $n = 342$ و $n = -342$ و $n = 343$ و $n = -343$ و $n = 344$ و $n = -344$ و $n = 345$ و $n = -345$ و $n = 346$ و $n = -346$ و $n = 347$ و $n = -347$ و $n = 348$ و $n = -348$ و $n = 349$ و $n = -349$ و $n = 350$ و $n = -350$ و $n = 351$ و $n = -351$ و $n = 352$ و $n = -352$ و $n = 353$ و $n = -353$ و $n = 354$ و $n = -354$ و $n = 355$ و $n = -355$ و $n = 356$ و $n = -356$ و $n = 357$ و $n = -357$ و $n = 358$ و $n = -358$ و $n = 359$ و $n = -359$ و $n = 360$ و $n = -360$ و $n = 361$ و $n = -361$ و $n = 362$ و $n = -362$ و $n = 363$ و $n = -363$ و $n = 364$ و $n = -364$ و $n = 365$ و $n = -365$ و $n = 366$ و $n = -366$ و $n = 367$ و $n = -367$ و $n = 368$ و $n = -368$ و $n = 369$ و $n = -369$ و $n = 370$ و $n = -370$ و $n = 371$ و $n = -371$ و $n = 372$ و $n = -372$ و $n = 373$ و $n = -373$ و $n = 374$ و $n = -374$ و $n = 375$ و $n = -375$ و $n = 376$ و $n = -376$ و $n = 377$ و $n = -377$ و $n = 378$ و $n = -378$ و $n = 379$ و $n = -379$ و $n = 380$ و $n = -380$ و $n = 381$ و $n = -381$ و $n = 382$ و $n = -382$ و $n = 383$ و $n = -383$ و $n = 384$ و $n = -384$ و $n = 385$ و $n = -385$ و $n = 386$ و $n = -386$ و $n = 387$ و $n = -387$ و $n = 388$ و $n = -388$ و $n = 389$ و $n = -389$ و $n = 390$ و $n = -390$ و $n = 391$ و $n = -391$ و $n = 392$ و $n = -392$ و $n = 393$ و $n = -393$ و $n = 394$ و $n = -394$ و $n = 395$ و $n = -395$ و $n = 396$ و $n = -396$ و $n = 397$ و $n = -397$ و $n = 398$ و $n = -398$ و $n = 399$ و $n = -399$ و $n = 400$ و $n = -400$ و $n = 401$ و $n = -401$ و $n = 402$ و $n = -402$ و $n = 403$ و $n = -403$ و $n = 404$ و $n = -404$ و $n = 405$ و $n = -405$ و $n = 406$ و $n = -406$ و $n = 407$ و $n = -407$ و $n = 408$ و $n = -408$ و $n = 409$ و $n = -409$ و $n = 410$ و $n = -410$ و $n = 411$ و $n = -411$ و $n = 412$ و $n = -412$ و $n = 413$ و $n = -413$ و $n = 414$ و $n = -414$ و $n = 415$ و $n = -415$ و $n = 416$ و $n = -416$ و $n = 417$ و $n = -417$ و $n = 418$ و $n = -418$ و $n = 419$ و $n = -419$ و $n = 420$ و $n = -420$ و $n = 421$ و $n = -421$ و $n = 422$ و $n = -422$ و $n = 423$ و $n = -423$ و $n = 424$ و $n = -424$ و $n = 425$ و $n = -425$ و $n = 426$ و $n = -426$ و $n = 427$ و $n = -427$ و $n = 428$ و $n = -428$ و $n = 429$ و $n = -429$ و $n = 430$ و $n = -430$ و $n = 431$ و $n = -431$ و $n = 432$ و $n = -432$ و $n = 433$ و $n = -433$ و $n = 434$ و $n = -434$ و $n = 435$ و $n = -435$ و $n = 436$ و $n = -436$ و $n = 437$ و $n = -437$ و $n = 438$ و $n = -438$ و $n = 439$ و $n = -439$ و $n = 440$ و $n = -440$ و $n = 441$ و $n = -441$ و $n = 442$ و $n = -442$ و $n = 443$ و $n = -443$ و $n = 444$ و $n = -444$ و $n = 445$ و $n = -445$ و $n = 446$ و $n = -446$ و $n = 447$ و $n = -447$ و $n = 448$ و $n = -448$ و $n = 449$ و $n = -449$ و $n = 450$ و $n = -450$ و $n = 451$ و $n = -451$ و $n = 452$ و $n = -452$ و $n = 453$ و $n = -453$ و $n = 454$ و $n = -454$ و $n = 455$ و $n = -455$ و $n = 456$ و $n = -456$ و $n = 457$ و $n = -457$ و $n = 458$ و $n = -458$ و $n = 459$ و $n = -459$ و $n = 460$ و $n = -460$ و $n = 461$ و $n = -461$ و $n = 462$ و $n = -462$ و $n = 463$ و $n = -463$ و $n = 464$ و $n = -464$ و $n = 465$ و $n = -465$ و $n = 466$ و $n = -466$ و $n = 467$ و $n = -467$ و $n = 468$ و $n = -468$ و $n = 469$ و $n = -469$ و $n = 470$ و $n = -470$ و $n = 471$ و $n = -471$ و $n = 472$ و $n = -472$ و $n = 473$ و $n = -473$ و

$$(12) \begin{cases} a+b=2 \\ a-b=3 \end{cases} \Rightarrow a=5/2, b=-1/2$$

(12) توسیع پیوسته از توابع زیر بنویسید.

$$y = \frac{\sin(n)}{|n|}$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} y = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\sin(n)}{n} = 0, \quad \lim_{n \rightarrow -\infty} y = \lim_{n \rightarrow -\infty} \frac{\sin(n)}{-n} = 0 \Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} y = 0$$

وجود ندارد پس f در $\mathbb{R}$ پیوسته است و چون در $n=0$ پیوسته است پس توسیع پیوسته آن را می‌توان نوشت.

$$y = (1+2n)^{1/n}$$

$$y = e^{\frac{1}{n} \ln(1+2n)} = \lim_{n \rightarrow \infty} e^{\frac{\ln(1+2n)}{n}} = e^2$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\ln(1+2n)}{n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1+2n}{1} = 2$$

$$D_y = \{n \in \mathbb{R} \mid 1+2n > 0, n \neq 0\} = (-1/2, +\infty) \setminus \{0\}$$

$$1+2n > 0 \Rightarrow n > -1/2$$

تابع y در $n=0$ رافعه خود پیوسته است و در $n=0$ دارای حد e^2 است پس اگر F را به صورت زیر تعریف کنیم F در $(-1/2, +\infty)$ پیوسته است.

$$F: (-1/2, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$$

$$F(n) = \begin{cases} (1+2n)^{1/n} & n \neq 0 \\ e^2 & n = 0 \end{cases}$$

13- حد ها را زیر بار صورت وجود تعیین کنید.

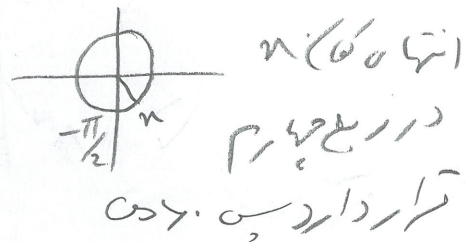
$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^{-1} - n^{-4}}{n^{-2} - n^{-3}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{n} - \frac{1}{n^4}}{\frac{1}{n^2} - \frac{1}{n^3}} \times \frac{n^4}{n^4} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^3 - 1}{n^2 - n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^3}{n^2} = \infty$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} n = \infty$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{1+n^2}}{1+n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^2}}{n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{|n|}{n} = \begin{cases} \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n}{n} = \lim_{n \rightarrow +\infty} 1 = 1 \\ \lim_{n \rightarrow -\infty} \frac{-n}{n} = \lim_{n \rightarrow -\infty} -1 = -1 \end{cases}$$

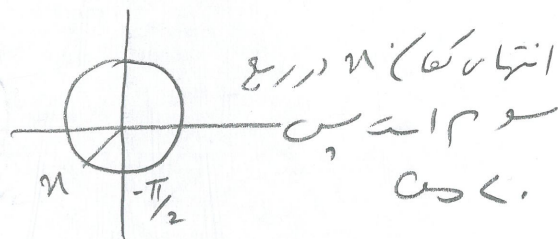
$$\textcircled{13} \lim_{n \rightarrow \cdot} \frac{2}{\sqrt[3]{n}} \left\{ \begin{array}{l} \lim_{n \rightarrow +} \frac{2}{\sqrt[3]{n}} = +\infty \\ \lim_{n \rightarrow -} \frac{2}{\sqrt[3]{n}} = -\infty \end{array} \right\} \Rightarrow \lim_{n \rightarrow \cdot} \frac{2}{\sqrt[3]{n}} \text{ وجود ندارد.}$$

$$\lim_{n \rightarrow (-\pi/2)^+} \sec(n) = \lim_{n \rightarrow (-\pi/2)^+} \frac{1}{\cos(n)} = +\infty$$



$$\lim_{n \rightarrow -\pi/2} \sec(n)$$

$$\lim_{n \rightarrow -\pi/2^-} \sec(n) = \lim_{n \rightarrow -\pi/2^-} \frac{1}{\cos(n)} = -\infty$$



$$f^+(-\pi/2) \neq f^-(-\pi/2) \Rightarrow \lim_{n \rightarrow -\pi/2} f(n) \text{ وجود ندارد}$$

$$\lim_{n \rightarrow \cdot} \frac{n^2 - 3n + 2}{n^3 - 4n} = \lim_{n \rightarrow \cdot} \frac{(n-1)(n-2)}{n(n-2)(n+2)} = \lim_{n \rightarrow \cdot} \frac{n-1}{n(n+2)} = \lim_{n \rightarrow \cdot} \frac{1}{n} \times$$

$$\lim_{n \rightarrow \cdot} \frac{n-1}{n+2}$$

$$\lim_{n \rightarrow \cdot} \frac{n-1}{n+2} = \frac{0-1}{0+2} = -\frac{1}{2} < \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} f^+(\cdot) = -\infty \\ f^-(\cdot) = +\infty \end{array} \right\} \Rightarrow \lim_{n \rightarrow \cdot} f(n) \text{ وجود ندارد}$$

$$\lim_{n \rightarrow 2} \frac{n^2 - 3n + 2}{n^3 - 4n} = \lim_{n \rightarrow 2} \frac{(n-2)(n-1)}{n(n-2)(n+2)} = \lim_{n \rightarrow 2} \frac{n-1}{n(n+2)} = \frac{2-1}{2(2+2)} = \frac{1}{8}$$

$$\lim_{n \rightarrow \cdot} \frac{n \sin(n)}{2 - 2 \cos(n)} = \lim_{n \rightarrow \cdot} \frac{n \sin(n)}{2(1 - \cos(n))} \times \frac{1 + \cos(n)}{1 + \cos(n)} = \lim_{n \rightarrow \cdot} \frac{n(1 + \cos(n))}{2 \sin(n)}$$

$1 - \cos^2(n) = \sin^2(n)$

$$= \frac{1}{2} \lim_{n \rightarrow \cdot} \frac{1 + \cos(n)}{\frac{\sin^2(n)}{n}} = \frac{1}{2} \times \frac{1+1}{1} = 1$$

$$\lim_{n \rightarrow \cdot} \frac{1 - \cos(n)}{n^2} \times \frac{1 + \cos(n)}{1 + \cos(n)} = \lim_{n \rightarrow \cdot} \frac{\frac{\sin^2(n)}{1 - \cos^2(n)}}{n^2(1 + \cos(n))} = \lim_{n \rightarrow \cdot} \left(\frac{\sin(n)}{n} \right)^2 \times \lim_{n \rightarrow \cdot} \frac{1}{1 + \cos(n)} = 1^2 \times \frac{1}{1+1} = \frac{1}{2}$$

$$\textcircled{1r} \lim_{n \rightarrow \cdot} \frac{\text{tg}(\text{tg}(n))}{\text{tg}(n)} = \lim_{n \rightarrow \cdot} \frac{\frac{\sin(\text{tg}(n))}{\cos(\text{tg}(n))}}{\text{tg}(n)} = \lim_{n \rightarrow \cdot} \frac{\sin(\text{tg}(n))}{\text{tg}(n)} \times$$

$$\lim_{n \rightarrow \cdot} \frac{1}{\cos(\text{tg}(n))} = 1 \times \frac{1}{1} = 1$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} (\sqrt{9n^2 - n} - 3n) \times \frac{\sqrt{9n^2 - n} + 3n}{\sqrt{9n^2 - n} + 3n} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{9n^2 - n - 9n^2}{\sqrt{9n^2 - n} + 3n} =$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{-n}{\underbrace{\sqrt{9n^2} + 3n}_{3|n|}} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{-n}{3n + 3n} = -\frac{1}{6}$$

$$\lim_{n \rightarrow -\infty} \sqrt{9n^2 - n} - 3n = \lim_{n \rightarrow -\infty} \sqrt{9n^2} - 3n = \lim_{n \rightarrow -\infty} -6n = +\infty$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2 + 25} - \sqrt{n^2 - 1}) \times \frac{\sqrt{n^2 + 25} + \sqrt{n^2 - 1}}{\sqrt{n^2 + 25} + \sqrt{n^2 - 1}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n^2 + 25) - (n^2 - 1)}{\sqrt{n^2 + 25} + \sqrt{n^2 - 1}}$$

$$= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{26}{\underbrace{\sqrt{n^2} + \sqrt{n^2}}_{2|n|}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{26}{2|n|} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{13}{|n|} = 0$$

①r ملے جواب ہاں فوراً جمع ہاں زیر اربعین کیجیے۔

$$y = \frac{n^3 + 1}{n^2}$$

$$D_y = \mathbb{R} - \{1\}$$

$$\lim_{n \rightarrow \cdot} y = +\infty \Rightarrow n = \cdot \quad \text{جواب ناممکن}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} y = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^3}{n^2} = \lim_{n \rightarrow \infty} n = \infty \Rightarrow \quad \text{جواب امتداد ندارد}$$

$$a = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{y}{n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{n^3 + 1}{n^2}}{n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^3 + 1}{n^3} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^3}{n^3} = 1$$

$$b = \lim_{n \rightarrow \infty} y - an = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^3 + 1}{n^2} - 1 \times n = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^2} = 0 \Rightarrow y = n$$

$$(15) y = \sqrt{\frac{x^2+9}{9x^2+1}}$$

$$D_y = \mathbb{R} \text{ ف در } \mathbb{R} \text{ پیوسته است، پس}$$

مجاانب هم ندارد

$$\lim_{x \rightarrow \infty} y = \lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{\frac{x^2}{9x^2}} = \sqrt{\frac{1}{9}} = \frac{1}{3} \Rightarrow y = \frac{1}{3} \quad \text{مجاانب افقی}$$

$$y = \frac{\sqrt{x} + 4}{\sqrt{x+4}}$$

$$D_y = \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq 0, x+4 > 0\} = [0, +\infty)$$

مجاانب هم ندارد

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}} = 1 \Rightarrow y = 1 \quad \text{مجاانب افقی}$$

$$y = \frac{\sqrt{x^2+4}}{x}$$

$$D_y = \mathbb{R} - \{0\}$$

$$\lim_{x \rightarrow +} y = +\infty, \lim_{x \rightarrow -} y = -\infty \Rightarrow$$

$x=0$ مجاانب عمودی

$$\lim_{x \rightarrow \infty} y = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^2}}{x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{|x|}{x} =$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{x} = 1 \Rightarrow y = 1 \text{ در } +\infty \text{ مجاانب افقی است}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x}{x} = -1 \Rightarrow y = -1 \text{ در } -\infty \text{ مجاانب افقی است}$$

$$y = \sqrt{x^2+2x}$$

$$D_y = \{x \in \mathbb{R} \mid x^2+2x \geq 0\}$$

$$x^2+2x = x(x+2) = 0 \Rightarrow x = 0 \text{ یا } x = -2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow D_y = (-\infty, -2] \cup [0, +\infty)$$

x	-2	0
x^2+2x	$+\frac{4}{2}$	$-\frac{4}{2}$
	$+$	$+$

مجاانب هم ندارد

$$\lim_{x \rightarrow \infty} y = +\infty \Rightarrow \text{مجاانب افقی ندارد}$$

اگر $y = ax + b$ مجاانب عمودی باشد داریم

$$a = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{y}{x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^2+2x}}{x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^2}}{x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{|x|}{x} = \begin{cases} 1 & x \rightarrow +\infty \\ -1 & x \rightarrow -\infty \end{cases}$$

$$b = \lim_{x \rightarrow \infty} y - ax = \lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{x^2+2x} - x =$$

$$(17) \lim_{n \rightarrow +\infty} (\sqrt{n^2+2n} - n) \times \frac{\sqrt{n^2+2n} + n}{\sqrt{n^2+2n} + n} \stackrel{\text{L'H}}{=} \frac{n^2+2n - n^2}{\sqrt{n^2+2n} + n} =$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2n}{\sqrt{n^2+2n} + n} \stackrel{\text{L'H}}{=} \frac{2n}{2n} = 1 \Rightarrow y = an + b = n + 1$$

در جانب های راست و چپ،

$$b = \lim_{n \rightarrow -\infty} y - an = \lim_{n \rightarrow -\infty} (\sqrt{n^2+2n} - (-n)) = \lim_{n \rightarrow -\infty} (\sqrt{n^2+2n} + n) \frac{\sqrt{n^2+2n} - n}{\sqrt{n^2+2n} - n}$$

$$= \lim_{n \rightarrow -\infty} \frac{(n^2+2n) - n^2}{\sqrt{n^2+2n} - n} = \lim_{n \rightarrow -\infty} \frac{2n}{\sqrt{n^2} - n} \stackrel{\text{L'H}}{=} \lim_{n \rightarrow -\infty} \frac{2n}{|n| - n} \stackrel{\text{L'H}}{=} \frac{2n}{-n - n} = -1$$

$$\Rightarrow y = an + b = -n - 1 \quad \text{در جانب های چپ}$$

$$y = n + n \sin\left(\frac{1}{n}\right)$$

$$D_y = \mathbb{R} - \{0\}$$

$$\lim_{n \rightarrow 0} y = \lim_{n \rightarrow 0} n \left(1 + \sin\left(\frac{1}{n}\right)\right) \stackrel{\text{کرانه}}{=} \neq \pm\infty \quad \begin{matrix} -1 \leq \sin\left(\frac{1}{n}\right) \leq 1 \\ 0 \leq 1 + \sin\left(\frac{1}{n}\right) \leq 2 \end{matrix}$$

$$\Rightarrow \text{جانب نامتناهی دارد}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} y = \lim_{n \rightarrow \infty} n \left(1 + \sin\left(\frac{1}{n}\right)\right) = \infty \Rightarrow \text{جانب افق ندارد}$$

از $y = an + b$ جانب های راست

$$a = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{y}{n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n(1 + \sin(\frac{1}{n}))}{n} = \lim_{n \rightarrow \infty} (1 + \sin(\frac{1}{n})) = 1 + 0 = 1$$

$$b = \lim_{n \rightarrow \infty} y - an = \lim_{n \rightarrow \infty} (n + n \sin(\frac{1}{n})) - n = \lim_{n \rightarrow \infty} n \sin(\frac{1}{n}) =$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sin(\frac{1}{n})}{\frac{1}{n}} = 1 \Rightarrow y = an + b = n + 1$$

جانب های چپ ندارد

(18) معادله خط مماس بر نمودار تابع زیر در نقاط داده شده را تعیین کنید.

$$f(x) = x + \frac{9}{x} \quad \text{در نقطه } x = 3$$

(14) $y - f(c) = f'(c)(x - c)$ معادله خط مماس در نقطه c بر طول c

$$f(x) = x + \frac{9}{x} \Rightarrow \begin{cases} f'(x) = 1 - \frac{9}{x^2} \Rightarrow f'(-3) = 1 - \frac{9}{(-3)^2} = 1 - 1 = 0 \\ f(-3) = -3 + \frac{9}{-3} = -6 \end{cases}$$

$$\Rightarrow y - (-6) = 0(x - (-3)) \Rightarrow y + 6 = 0 \Rightarrow y = -6$$
 معادله مماس

$$f(x) = \frac{x+3}{1-x}$$
 در نقطه c بر طول -2

$$f'(x) = \frac{(1-x) + (x+3)}{(1-x)^2} = \frac{4}{(1-x)^2} \Rightarrow f'(-2) = \frac{4}{(1-(-2))^2} = \frac{4}{9}$$

$$f(-2) = \frac{-2+3}{1-(-2)} = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow y - f(-2) = f'(-2)(x - (-2))$$
 معادله خط مماس در نقطه c بر طول -2

$$\Rightarrow y - \frac{1}{3} = \frac{4}{9}(x+2) \Rightarrow y = \frac{4}{9}x + \frac{11}{9}$$

(17) مشتق توابع زیر را حساب کنید.

$$y = 2\left(\frac{1}{\sqrt{x}} + \sqrt{x}\right) = 2(x^{-1/2} + \sqrt{x})$$

$$y' = 2 \times \left(-\frac{1}{2} x^{-3/2} + \frac{1}{2\sqrt{x}}\right) = 2\left(\frac{-1}{2x\sqrt{x}} + \frac{1}{2\sqrt{x}}\right) = \frac{x-1}{x\sqrt{x}}$$

$$y = \sin(x) + \cos(x) \times \sec(x)$$

$$y = \sin(x) + \cos(x) \times \frac{1}{\cos(x)} = \sin(x) + 1 \Rightarrow y' = \cos(x)$$

$$y = \sin\left(\frac{x}{\sqrt{1+x}}\right)$$

$$y' = \cos\left(\frac{x}{\sqrt{1+x}}\right) \times \left(\frac{x}{\sqrt{1+x}}\right)'$$

$$\left(\frac{x}{\sqrt{1+x}}\right)' = \frac{\sqrt{1+x} - x \times \frac{1}{2\sqrt{1+x}}}{(\sqrt{1+x})^2} = \frac{2(1+x) - x}{2(\sqrt{1+x})^3} = \frac{2+x}{2\sqrt{(1+x)^3}}$$

$$y = \frac{\cos(x)}{x} + \frac{x}{\cos(x)}$$

$$y' = \frac{-\sin(x) \times x - \cos(x)}{x^2} + \frac{\cos(x) + \sin(x) \times x}{\cos^2(x)}$$

$$(11) = \frac{-n \cos^2(n) \sin(n) - (\cos^3(n) + n^2 \cos(n) + n^3 \sin(n))}{n^2 \cos^2(n)}$$

$$y = (2-n) \tan^2(n)$$

$$y' = -\tan^2(n) + (2-n) \times 2 \tan(n) \sec^2(n)$$

$$y = \cos^4(\sec^2(3n))$$

$$y' = 4 \cos^3(\sec^2(3n)) \times (-\sin(\sec^2(3n))) \times 2 \sec(3n) \times \sec(3n) \tan(3n) \times 3 = -24 \cos^3(\sec^2(3n)) \sin(\sec^2(3n)) \times \sec^2(3n) \tan(3n)$$

$$y = 3n(2n^2-5)^4$$

$$y' = 3(2n^2-5)^4 + 3n \times 4(2n^2-5)^3 \times 4n =$$

$$3(2n^2-5)^3 [2n^2-5 + 16n^2] = 3(2n^2-5)^3 (18n^2-5)$$

$$y = \sqrt{3n^2-4n+6}$$

$$y' = \frac{6n-4}{2\sqrt{3n^2-4n+6}} = \frac{3n-2}{\sqrt{3n^2-4n+6}}$$

(17) - ایک محدود صفت $\lim_{n \rightarrow 1} \frac{n^5-1}{n-1}$ ، حساب کیے۔

آر قرار دے۔ $f(n) = n^5$

$$\lim_{n \rightarrow 1} \frac{n^5-1}{n-1} = \lim_{n \rightarrow 1} \frac{f(n)-f(1)}{n-1} = f'(1) = (n^5)' \Big|_{n=1} =$$

$$5 \cdot n^{49} \Big|_{n=1} = 5 \times 1 = 5$$

(18) مقارنہ، رابطہ، تعین کنندہ کے تابع f پر مجموعہ اعداد حقیقی مشتمل ہے۔

$$f(n) = \begin{cases} an+b & n > -1 \\ bn^2-3 & n \leq -1 \end{cases}$$

①۹ تابع $y = an + b$ و $y = bn^2 - 3$ هر دو مشتق پذیرند پس $n = -1$ در f بررسی شود و همچنین از آنجا که $n = -1$ در f مشتق پذیر است پس f در این نقطه پیوسته نیز هست.

$$\begin{aligned} f^+(-1) &= \lim_{n \rightarrow -1^+} an + b = -a + b \\ f^-(-1) &= \lim_{n \rightarrow -1^-} bn^2 - 3 = b - 3 \end{aligned} \quad \left| \begin{array}{l} f^+(-1) = f^-(-1) \\ \hline \end{array} \right. \Rightarrow -a + b = b - 3 \Rightarrow a = 3$$

$$f'_-(-1) = (bn^2 - 3)' \Big|_{n=-1} = 2bn \Big|_{n=-1} = 2b(-1) = -2b$$

$$f'_+(-1) = \lim_{n \rightarrow -1^+} \frac{f(n) - f(-1)}{n - (-1)} = \lim_{n \rightarrow -1^+} \frac{(an + b) - (b - 3)}{n + 1} =$$

$$\lim_{n \rightarrow -1^+} \frac{3n + 3}{n + 1} = 3 \lim_{n \rightarrow -1^+} \frac{n + 1}{n + 1} = 3 \times 1 = 3$$

$$f \text{ در } n = -1 \text{ مشتق پذیر است} \Rightarrow f'_+(-1) = f'_-(-1) \Rightarrow -2b = 3 \Rightarrow b = -\frac{3}{2}$$

①۹ مشتق پذیر.

$$y \sin\left(\frac{1}{y}\right) - 1 = xy \quad \text{برای مشتق گیری ضمنی}$$

$$\underbrace{y \sin\left(\frac{1}{y}\right) - xy}_{f(x,y)} = 1 \Rightarrow y' = - \frac{f'_x}{f'_y} = - \frac{0 - y}{\sin\left(\frac{1}{y}\right) + y \cos\left(\frac{1}{y}\right) \times \frac{-1}{y^2} - x}$$

$$= \frac{y}{\sin\left(\frac{1}{y}\right) - \frac{1}{y} \cos\left(\frac{1}{y}\right) - x}$$

$$x^3 = \frac{2x - y}{x + 3y}$$

$$x^4 + 3x^3y - 2x + y = 0$$

$$y' = - \frac{4x^3 + 3y \times 3x^2 - 2}{3x^3 + 1} = \frac{-4x^3 + 18x^2y}{1 + 3x^3}$$

$$(۲.) \quad y^2 = \frac{n-1}{n+1}$$

$$ny^2 + y^2 - n + 1 = 0$$

$$f(n, y)$$

$$y' = - \frac{y^2 - 1}{n \times 2y + 2y} = \frac{1 - y^2}{2y + 2ny}$$

$$+g(ny) = -n$$

$$+g(ny) + n = 0$$

$$y' = - \frac{\sec^2(ny) \times y}{\sec^2(ny) \times n} + 1$$

(۲.) معادله‌های معادلات و خطوط قائم بر منحنی‌ها را در نقاط داده شده تعیین کنید

$$n^2 - \sqrt{3} ny = 5 - 2y^2 \quad ; \quad (\sqrt{3}, 2)$$

$$n^2 - \sqrt{3} ny + 2y^2 = 5$$

$$f(n, y)$$

$$y' = - \frac{2n - \sqrt{3}y}{-\sqrt{3}n + 4y} \bigg|_{(\sqrt{3}, 2)} = - \frac{2 \times \sqrt{3} - \sqrt{3} \times 2}{-\sqrt{3} \times \sqrt{3} + 4 \times 2} = 0$$

خط مماس $y - 2 = y' (n - \sqrt{3}) \Rightarrow y - 2 = 0 (n - \sqrt{3}) \Rightarrow y - 2 = 0 \Rightarrow y = 2$
خط مماس $y = 2$ و محور افقی است پس خطوط قائم در این نقطه خط عمود $n = \sqrt{3}$ است.

$$y = 2 \sin(\pi n - y) \quad ; \quad (+1, 0)$$

$$y - 2 \sin(\pi n - y) = 0$$

$$y' = - \frac{-2 \cos(\pi n - y) \times \pi}{1 - 2 \cos(\pi n - y) (-1)} \bigg|_{(1, 0)} = \frac{2 \cos(\pi) \times \pi}{1 + 2 \cos(\pi)} = \frac{2 \times (-1) \times \pi}{1 + 2 \times (-1)} = 2\pi$$

$$y - 0 = y' (n - 1) \Rightarrow y - 0 = 2\pi (n - 1) \Rightarrow y = 2\pi n - 2\pi$$

$$y - 0 = \frac{-1}{y'} (n - 1) \Rightarrow y - 0 = \frac{-1}{2\pi} (n - 1) \Rightarrow y = \frac{-n}{2\pi} + \frac{1}{2\pi}$$

معادله‌های معادلات و خطوط قائم بر منحنی

(۲۱)

معادله خطی از توابع زیر را در نقطه $n=0$ تعیین کنید.

$$\frac{f(n) - f(c)}{n - c} \sim f'(c) \Rightarrow f(n) \sim f'(c)(n - c) + f(c)$$

$$\Rightarrow L(n) = f'(c)(n - c) + f(c)$$

معادله خطی از f در نزدیک نقطه $n=c$

$$y = \sqrt[3]{\left(1 - \frac{1}{2+n}\right)^2} \Rightarrow y' = \frac{2}{3} \left(1 - \frac{1}{2+n}\right)^{-1/3} \times \left(\frac{-1}{2+n}\right)' = \frac{2}{3} \left(1 - \frac{1}{2+n}\right)^{-1/3} \times \frac{1}{(2+n)^2}$$

$$y'(0) = \frac{2}{3} \left(1 - \frac{1}{2}\right)^{-1/3} \times \frac{1}{(2)^2} = \frac{2}{3} \times \sqrt[3]{2} \times \frac{1}{4} = \frac{\sqrt[3]{2}}{6}$$

$$y(0) = \sqrt[3]{\left(1 - \frac{1}{2}\right)^2} = \sqrt[3]{\frac{1}{4}} \Rightarrow L(n) = \frac{\sqrt[3]{2}}{6} (n - 0) + \frac{1}{\sqrt[3]{4}} = \frac{\sqrt[3]{2}n}{6} + \frac{1}{\sqrt[3]{4}}$$

$$= \frac{2n + 6}{6\sqrt[3]{4}} = \frac{n+3}{3\sqrt[3]{4}}$$

$$y = \frac{1}{\sqrt{1+n}}$$

$$y' = \left((1+n)^{-1/2}\right)' = -\frac{1}{2} (1+n)^{-3/2}$$

$$y'(0) = -\frac{1}{2} (1+0)^{-3/2} = -\frac{1}{2}$$

$$y(0) = \frac{1}{\sqrt{1+0}} = 1 \Rightarrow L(n) = -\frac{1}{2} (n - 0) + 1 = -\frac{n}{2} + 1$$

$$y = (1-n)^6$$

$$y' = -6(1-n)^5 \Rightarrow y'(0) = -6 \Rightarrow L(n) = f'(0)(n - 0) + f(0)$$

$$y(0) = (1-0)^6 = 1 \Rightarrow L(n) = -6(n - 0) + 1 = -6n + 1$$

(۲۵) معادله خطی از معادله زیر را در نقطه $n=0$ تعیین کنید.

$$\left|5 - \frac{2}{n}\right| < 1 \Rightarrow -1 < 5 - \frac{2}{n} < 1 \Rightarrow -1 - 5 < -\frac{2}{n} < 1 - 5 \Rightarrow$$

$$-6 < -\frac{2}{n} < -4 \Rightarrow \frac{-6}{-2} > \frac{1}{n} > \frac{-4}{-2} \Rightarrow 3 > \frac{1}{n} > 2 \Rightarrow \frac{1}{3} < n < \frac{2}{3}$$

$$\left|\frac{n+1}{2}\right| \geq 1 \Rightarrow \frac{n+1}{2} \geq 1 \text{ یا } \frac{n+1}{2} \leq -1 \Rightarrow n \geq 1 \text{ یا } n \leq -3$$

$$\Downarrow$$

$$n+1 \geq 2$$

$$\Downarrow$$

$$n \geq 1$$

$$\Downarrow$$

$$n+1 \leq -2$$

$$\Downarrow$$

$$n \leq -3$$

$$\textcircled{22} \quad (n-1)^2 \leq 4 \Rightarrow |n-1| \leq 2 \Rightarrow -2 \leq n-1 \leq 2 \Rightarrow -2+1 \leq n \leq 2+1 \Rightarrow -1 \leq n \leq 3$$

$$z^3 = -8i$$

ر، ر ستاد اعداد مختلفه

$$-8i = R e^{i\theta} \quad R = \sqrt{(-8)^2 + 0^2} = 8$$

$$x=0, y<0 \Rightarrow \theta = -\pi/2 \Rightarrow -8i = 8e^{i(-\pi/2)} \Rightarrow z = \sqrt[3]{8e^{i(-\pi/2)}}$$

$$= \sqrt[3]{8} \times e^{i \left(\frac{-\pi/2 + 2k\pi}{3} \right)} = 2 e^{i \left(\frac{4k\pi - \pi}{6} \right)}$$

$$k = 0, 1, 2 \quad .$$

$$k = 0, 1, 2$$

$$(3+4i)^2 - 2(x-iy) = x+iy$$

۱. مدار حقیقی

$$(3+4i)^2 = 3^2 + (4i)^2 + 2 \times 3 \times 4i = 9 - 16 + 24i = -7 + 24i \Rightarrow$$

$$-7 + 24i - 2x + 2iy - x - iy = 0 \Rightarrow (-7 - 3x) + i(24 + y) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -7-3x=0 \\ 24+y=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=-7/3 \\ y=-24 \end{cases}$$

$$x^4 + 4x^2 + 16 = 0$$

البرقارديم $z = n^2$ دایم

$$z^2 + 4z + 16 = 0 \Rightarrow z = -2 \pm \sqrt{4 - 16} = -2 \pm \sqrt{-12} = -2 \pm \sqrt{-1} \times \sqrt{12}$$

$$\Rightarrow x^2 = -2 \pm i\sqrt{12}$$

$$\Rightarrow x = \sqrt{-2 + i\sqrt{12}} \quad \text{und} \quad x = \sqrt{-2 - i\sqrt{12}}$$

$$-2 + i\sqrt{12} = R e^{i\theta}$$

$$R = \sqrt{(-2)^2 + (\sqrt{12})^2} = \sqrt{4 + 12} = 4, \quad |tg(\theta)| = \left| \frac{\sqrt{12}}{-2} \right| = \sqrt{3} = tg\left(\frac{\pi}{3}\right)$$

$$n \langle ., y \rangle \Rightarrow \frac{a}{|p|} \cos(\omega' L) \Rightarrow \theta = \pi - \pi/3 = \frac{2\pi}{3} \Rightarrow$$

$$-2 + i\sqrt{12} = 4e^{i\frac{2\pi}{3}} \Rightarrow n = \sqrt{4e^{i\frac{2\pi}{3}}} = 2e^{i\left(\frac{\frac{2\pi}{3} + 2k\pi}{2}\right)}$$

$$\Rightarrow n = 2 \quad e^{i \left(\frac{3k\pi + \pi}{3} \right)}$$

$$-2 - i\sqrt{2} = Re^{i\theta}$$

$$R = \sqrt{(-2)^2 + (-\sqrt{12})^2} = 4, \quad |tg(\theta)| = \left| \frac{-\sqrt{12}}{-2} \right| = tg\left(\frac{\pi}{3}\right)$$

$$r = \sqrt{(-2)^2 + (-\sqrt{12})^2} = 4 \quad \theta = \arctan\left(\frac{-\sqrt{12}}{-2}\right) = \arctan(\sqrt{3}) = \frac{\pi}{3}$$

$$\Rightarrow -2 - i\sqrt{2} = 4 e^{i(-\frac{2\pi}{3})} \Rightarrow n = 2 e^{i(\frac{-\frac{2\pi}{3} - 2k\pi}{2})} = 2 e^{i(\frac{-\frac{2\pi}{3} - 2k\pi}{2})}$$

۲۲) $\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^2 + \frac{1}{x-iy} = 1+i$ x, y دو عدد حقیقی اند.

$$\frac{1}{x-iy} = 1+i - \left(\frac{1+i}{1-i}\right)^2$$

$$\frac{1+i}{1-i} \times \frac{\overline{1-i}}{\overline{1-i}} = \frac{(1+i)(1+i)}{|1-i|^2} = \frac{1^2+i^2+2i}{1^2+(-1)^2} = \frac{2i}{2} = i$$

$$\Rightarrow \frac{1}{x-iy} = (1+i) - (i)^2 = 1+i-1 = i \Rightarrow \frac{1}{x-iy} = i \Rightarrow$$

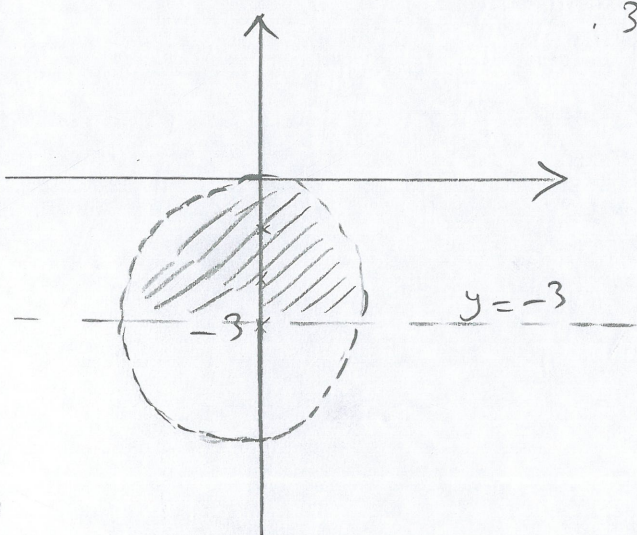
$$x-iy = \frac{1}{i} \times \frac{i}{i} = \frac{i}{-1} = -i \Rightarrow x-iy = -i \Rightarrow \begin{cases} x=0 \\ -y=-1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=0 \\ y=1 \end{cases}$$

۲۶) حاصل عبارت زیر را رسم کنید.

$$x^2 + 6y + y^2 < 0, \quad y > -3$$

$$x^2 + (y^2 + 6y) < 0 \Rightarrow x^2 + (y^2 + 6y + 9) < 9 \Rightarrow (x-0)^2 + (y+3)^2 < 3^2$$

کانتور در دو دایره است - مرکز $(0, -3)$ و شعاع 3.

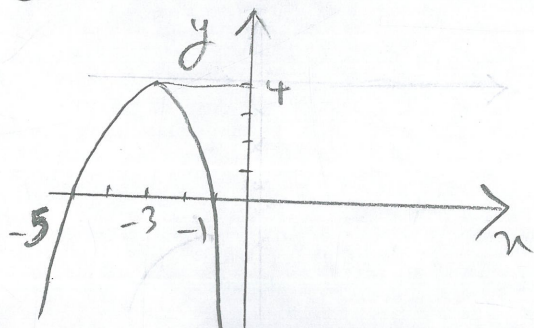


$$y = -x^2 - 6x - 5$$

$$y' = -2x - 6 = 0 \Rightarrow x = -3, \quad y = -9 + 18 - 5 = 4$$

بسیار عمود بر محورهای x و y است، $\text{Max} \left| \begin{matrix} -3 \\ 4 \end{matrix} \right|$

$$y=0 \Rightarrow -(x^2 + 6x + 5) = -(x+5)(x+1) = 0 \Rightarrow x = -5, x = -1$$



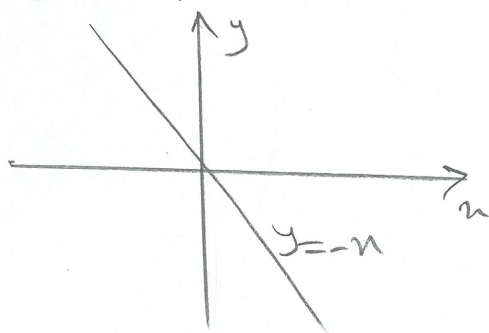
$$(۲۶) |z+1| = |z-1|$$

$$z = x+iy \Rightarrow |z+1| = |(x+iy)+1| = |(x+1)+iy| = \sqrt{x^2+(y+1)^2}$$

$$|z-1| = |x+iy-1| = |(x-1)+iy| = \sqrt{(x-1)^2+y^2}$$

$$\Rightarrow \sqrt{x^2+(y+1)^2} = \sqrt{(x-1)^2+y^2} \Rightarrow x^2+(y+1)^2 = (x-1)^2+y^2 \Rightarrow$$

$$2y = -2x \Rightarrow y = -x$$

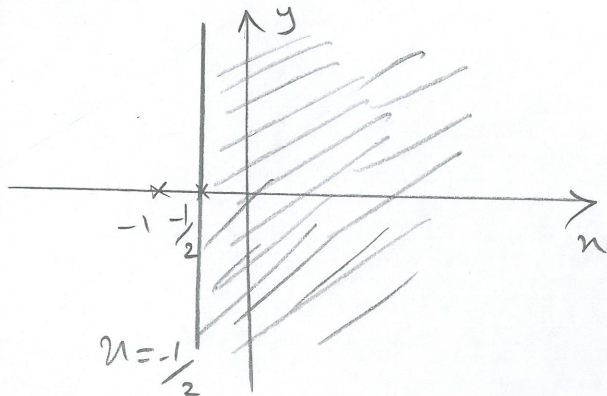


$$|z+1| > |z|$$

$$z = x+iy \Rightarrow |z+1| = |(x+iy)+1| = |(x+1)+iy| = \sqrt{(x+1)^2+y^2}$$

$$|z| = \sqrt{x^2+y^2} \Rightarrow \sqrt{(x+1)^2+y^2} > \sqrt{x^2+y^2} \Rightarrow (x+1)^2+y^2 > x^2+y^2$$

$$\Rightarrow 2x+1 > 0 \Rightarrow x > -1/2$$



۲۷- نام و نام خانوادگی

$$|3x-5| > |2x+3|$$

$$3x-5=0 \Rightarrow x=5/3$$

$$2x+3=0 \Rightarrow x=-3/2$$

x	① $-\infty$	② $-3/2$	③ $5/3$	④ $+\infty$	اماره اول
$3x-5$	-	-	0	+	
$2x+3$	-	0	+	+	

$$①: x \leq -3/2 : -(3x-5) > -(2x+3) \Rightarrow 3x-5 \leq 2x+3 \Rightarrow$$

$$x \leq 8 \xrightarrow{\text{با توجه به } x \leq -3/2} x \leq -3/2$$

$$②: -3/2 \leq x \leq 5/3 : -(3x-5) > 2x+3 \Rightarrow -3x+5 > 2x+3 \Rightarrow$$

$$5-3 > 2x+3x \Rightarrow x \leq \frac{2}{5} \xrightarrow{\text{با توجه به } -3/2 \leq x \leq 5/3} -3/2 \leq x \leq \frac{2}{5}$$

(۲۸)

$$(۲۷) \quad 5/3 \leq n : 3n-5 \geq 2n+3 \Rightarrow n \geq 8 \xrightarrow{\text{با توجه به نکته } n} n \geq 8$$

$$\Rightarrow S = (-\infty, -3/2] \cup [-3/2, 2/5] \cup [8, +\infty)$$

$$= (-\infty, 2/5] \cup [8, +\infty)$$

راه دوم از طریق توان رساندن در طرفین و تغییر جهت نامساوی ایما رخ شود.

$$|3n-5|^2 \geq |2n+3|^2 \Rightarrow 9n^2 + 25 - 30n \geq 4n^2 + 9 + 12n$$

$$\Rightarrow 5n^2 - 42n + 16 \geq 0 \Rightarrow n = \frac{21 \pm \sqrt{441 - 80}}{5} = \frac{21 \pm 19}{5}$$

$$= \begin{matrix} + \nearrow 8 \\ - \searrow 2/5 \end{matrix} \Rightarrow 5n^2 - 42n + 16$$

n	$-\infty$	$2/5$	8	$+\infty$
	+	0	-	0
	-	+	-	+

$$\Rightarrow S = (-\infty, 2/5] \cup [8, +\infty)$$

$$n=0 < 2/5 \Rightarrow |0-5| \geq |0+3| \Rightarrow 5 \geq 3 \checkmark$$

$$n=10 > 8 \Rightarrow |30-5| \geq |20+3| \Rightarrow 25 \geq 23 \checkmark$$

هر دو صفت جواب ناممکن است